



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN MUREȘ



MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”
Colegiul „Petru Maior” Reghin
EDIȚIA a II-a, 9.04.2022

Clasa a XI-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

1. Adott az $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 2^x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $x \in \mathbb{R}$.

- a) Számítsd ki az $S = A(0) + A(1) + A(2) + \dots + A(2022)$ összeget!
- b) Mutasd ki, hogy $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- c) Számítsd ki a $P = A(-2022) \cdot A(-2021) \cdot \dots \cdot A(2021) \cdot A(2022)$ szorzatot!
- d) Oldd meg az $A(2) \cdot X = A(-2)$ mátrixegyenletet!

2. Adott a $\Delta(x) = \begin{vmatrix} 2 & -x & x-1 \\ 1-x^2 & x^2 & -1 \\ 2-2x & x & x-2 \end{vmatrix}$ determináns, ahol $x \in \mathbb{R}$.

- a) Számítsd ki $\Delta(-1)$ értékét!
- b) Igazold, hogy $\Delta(x) = x \cdot (x-1)^2$.
- c) Oldd meg a valós számok halmazán a $\Delta(\log_3 x) \leq 0$ egyenlőtlenséget!

3. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x \cdot \sin \frac{1}{x} + m^2 - m, & x > 0 \end{cases}$ függvény, ahol $m \in \mathbb{R}$.

- a) Határozd meg az m valós számot úgy, hogy a függvény folytonos legyen!
- b) Határozd meg a függvény grafikus képének vízszintes aszimptotájának egyenletét $-\infty$ felé!
- c) Bizonyítsd be, hogy a függvénynek van vízszintes aszimptotája $+\infty$ felé, bármilyen m valós szám esetén!

4. Számítsd ki a következő határértékeket:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2 + x + 1} - x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 4x + 4)}{x^2 - 9}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sqrt{x+1} (e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - e^{\frac{1}{\sqrt{x+1}}})$